



Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1a.(15)	1c.(10)	2a.(5)	3a.(15)	4. (15)
1b.(5)	1d.(15)	2b.(10)	3b.(10)	T:

**Atenção:- todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.**

1. Seja a função

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{2}{3}x & 0 \leq x < 1 \\ \frac{5}{9} + \frac{1}{9}x^2 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

a) Verifique se se trata da função distribuição de uma variável aleatória  $X$ .b) Usando a função de distribuição, calcule  $P(X > 1.5 | X > 0.5)$ .c) Calcule o 8º decil da distribuição da variável aleatória  $X$ .

- d) Seja a variável aleatória  $Y = \begin{cases} 0 & X < 1 \\ X & X \geq 1 \end{cases}$ . Determine a função distribuição da variável aleatória  $Y$  e classifique-a.

2. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional com função probabilidade conjunta dada por:

$x \setminus y$	0	1	2
0	$10/k$	$15/k$	$3/k$
1	$10/k$	$6/k$	0
2	$1/k$	0	0

- a) Determine o valor de  $k$  e as funções probabilidade marginais de  $X$  e  $Y$ .

- b) Determine o valor esperado de  $X$  e o valor esperado de  $X$  condicionado por  $Y = 2$ . Com base **nos resultados que obteve** o que conclui sobre a independência entre as variáveis  $X$  e  $Y$ . **Justifique.**

3. Suponha que numa visita a Las Vegas encontrou noite dentro, num bar, alguém que garantiu que em determinado casino havia dois tipos de máquinas: uma que dava um “jackpot” em 10% das vezes e outra que dava um “jackpot” em 20% das vezes. Os dois tipos de máquinas tinham cores diferentes, umas eram azuis e outras vermelhas. Mas a pessoa em causa estava tão alcoolizada que já não se lembrava que cor correspondia a que tipo de máquinas.

No dia seguinte resolve ir ao casino referido, confirma a existência de máquinas azuis e vermelhas, lança uma moeda para decidir por qual delas começar e decide pela vermelha. Mete uma moeda e ela dá-lhe um “jackpot”.

a) Determine a probabilidade de serem as máquinas vermelhas que dão um “jackpot” em 20% das vezes? Comente o resultado obtido.

b) Se a máquina vermelha for a que dá “jackpot” com maior frequência calcule a probabilidade de obter menos de 3 “jackpot” se meter 10 moedas nessa máquina.

0,3020

0,6778

0,8791

0,2013

4. Seja a variável aleatória  $X$ , com distribuição  $F(x)$  contínua e simétrica em relação à média  $\mu$ . Mostre que  $P(|X - \mu| > \varepsilon) = 2 - 2F(\mu + \varepsilon)$ .